Technische Universität Ilmenau
Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
Fachgebiet Nachrichtentechnik

Aufgabensammlung

zu den Lehrveranstaltungen

Signale und Systeme 1
(II)

System- und Nachrichtentheorie
(EIT/IKT)

Signal- und Systemtheorie
(MT/AVT)

Einführung in die Signal- und Systemtheorie
(ET/ATET, MES)
(MT/MP, DM)
(WiW)

Zusammenstellung: Dr.-Ing. habil.R. Irmer
- Als Manuskript gedruckt -

Ilmenau, den 01.10. 2001

Hinweis auf weitere Aufgaben-Sammlungen zur Signal- und Systemtheorie

1. Hofer - Alfeis, J. : ***Übungsbeispiele zur Systemtheorie***
Reihe Nachrichtentechnik B.15
Springer 1985

2. Oppenheim, Willsky : ***Signale und Systeme***
Arbeitsbuch
VCH 1989

1. Fourier-Reihe

Aufgabe 1.1
Die Fourier-Reihe

$$u_p(t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} A_\mu \cos(2\pi\mu f_0 \cdot t + \varphi_\mu), A_\mu \geq 0, \; reell, \; \varphi_\mu \; reell$$

läßt sich in komplexer Schreibweise darstellen gemäß

$$u_p(t) = \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} C_\mu e^{\,j2\pi\mu f_o t} \qquad\qquad C_\mu \; komplex$$

Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen

$$C_\mu \; und \; A_\mu, \varphi_\mu !$$

Lösungshinweis: $\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$

Aufgabe 1.2
Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten C_μ einer harmonischen Schwingung

$$u_p(t) = U_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

Aufgabe 1.3
Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten C_μ der Sinusfunktion

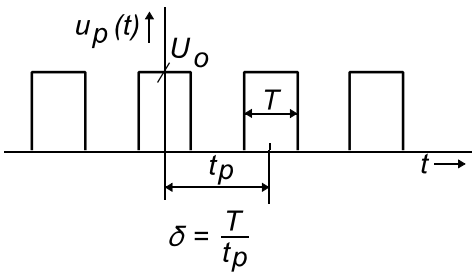
$$u_p(t) = 5V \cdot \sin(2\pi f_0 t)$$

Aufgabe 1.4
Bestimmen Sie die Periode t_p und die Fourierkoeffizienten C_μ der Zeitfunktion

$$u_p(t) = U_a \cos(2\pi f_a \cdot t) + U_b \cos(2\pi f_b \cdot t)$$

Fall 1: $f_b = 2 f_a$
Fall 2: $f_b = 1{,}5 f_a$

Aufgabe 1.5
Untersuchen Sie die Spektralfunktion einer periodischen Rechteckfolge (Skizze), wenn die Impuls- und/oder Periodendauer veränderlich sind!

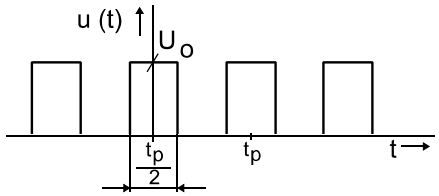


Aufgabe 1.6

Aus einer periodischen Rechteckimpulsfolge mit der Grundfrequenz f_o und dem Tastverhältnis 1/2 (siehe Skizze) soll durch ein Filter eine sinusförmige Schwingung mit der Frequenz $3f_o$ ausgesiebt werden. Das Filter soll nur Frequenzanteile mit der Frequenz $3f_o$ ungedämpft übertragen. Erforderlich ist am Ausgang des Filters ein Effektivwert von $U_{3eff} = 100mV$,

$$u_{3f_0}(t) = U_3 \cdot \cos 2\pi (3f_0) t.$$

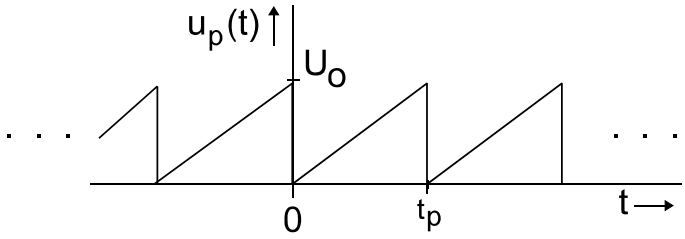
Welche Amplitude U_o muß die Rechteckschwingung haben?



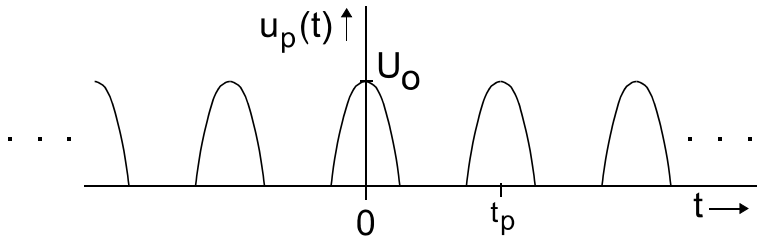
Aufgabe 1.7

Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten C_μ der skizzierten Signale und stellen Sie die Spektren dar!

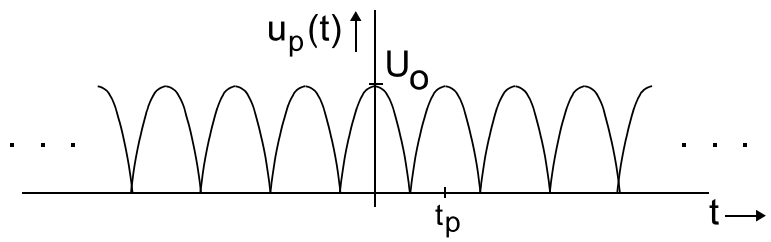
1.7.1 Periodische Dreieckfolge



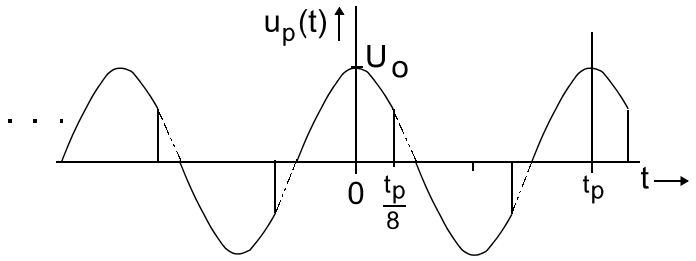
1.7.2 Gleichgerichtete Wechselspannung (Einweggleichrichter)
Halbwellen einer Kosinusschwingung



1.7.3 Gleichgerichtete Wechselspannung (Zweiweggleichrichter)
Halbwellen einer Kosinusschwingung



1.7.4 Ausgangssignal einer Phasenanschnittsteuerung



2. Fourier-Transformation

Aufgabe 2.1
Ermitteln Sie die Fourier-Transformierte U(f) der Zeitfunktion

$$u(t) = \begin{cases} U_0 \ für |t| < \frac{T}{2} \\ \frac{U_0}{2} \ für |t| = \frac{T}{2} \\ 0 \ sonst \end{cases}$$

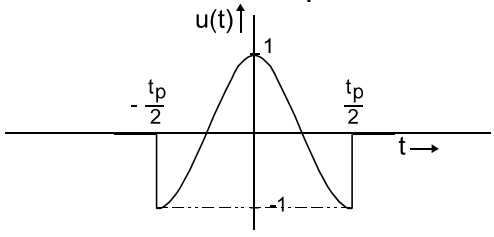
Aufgabe 2.2
Gegeben sind folgende Zeitfunktionen

$$a) \quad u_1(t) = \begin{cases} 2V\, e^{-\sigma t} & für\ t \geq 0; \sigma > 0 \\ 0 \ \ sonst \end{cases}$$

$$b) \quad u_2(t) = \begin{cases} 4V\, e^{\sigma t} & für\ t \leq 0; \sigma > 0 \\ 0 \ \ sonst \end{cases}$$

- Ermitteln Sie die spektralen Amplitudendichten
- Die Signale werden von einem Impulsgenerator periodisch ausgesendet mit der Periode $t_p = 1/\sigma$.
  Ermitteln Sie die Gleichkomponenten C_{01} und C_{02} der periodischen Signale

Aufgabe 2.3
Berechnen Sie die Fouriertransformierte einer aperiodischen Kosinusschwingung



Aufgabe 2.4
Berechnen Sie von einer beliebigen reellen Zeitfunktion u(t) die gerade $u_g(t)$ und die ungerade Komponente $u_u(t)$!

Aufgabe 2.5
Beweisen Sie die für reelle Zeitfunktionen u(t) geltende Beziehung

$$u(-t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad U^*(f) \ !$$

Aufgabe 2.6
Beweisen Sie

$$U(0) \geq |U(f)| \text{ , falls } u(t) \geq 0$$

Aufgabe 2.7
Berechnen Sie das Spektrum der Funktion $\sin(2\pi f_0 t)$ aus dem Spektrum der Funktion $\cos(2\pi f_0 t)$ mittels Differentiationssatzes!

Aufgabe 2.8
Berechnen Sie die Spektren der Funktionen $\sin(2\pi f_0 t)$ und $\cos(2\pi f_0 t)$ mittels Verschiebungssatzes (symmetrische Aufspaltung im Frequenzbereich).

Aufgabe 2.9
Gegeben sei der Zusammenhang

$$u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; U(f)$$
$$u_1(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; U_1(f)$$

Im Spektralbereich gelte

$$U_1(f) = U(f) \cdot e^{j\varphi(f)}$$

mit

$$a) \quad \varphi(f) = \begin{cases} +\pi & \text{für } f \geq 0 \\ -\pi & \text{für } f < 0 \end{cases}$$

$$b) \quad \varphi(f) = \begin{cases} -\pi & \text{für } f \geq 0 \\ +\pi & \text{für } f < 0 \end{cases}$$

Gesucht ist der Zusammenhang zwischen u(t) und $u_1(t)$!

Aufgabe 2.10
Folgende Spektralfunktionen sind gegeben:

$$a) \quad U(f) = U_1 T_1 \cdot si(\pi T_1 f) + U_2 T_2\, si(\pi T_2 f)$$

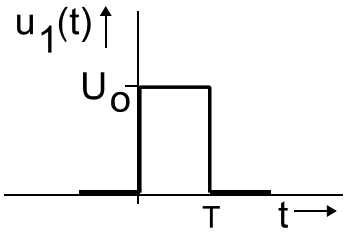
$$b) \quad U(f) = U_1 T_1 \cdot si(\pi T_1 f) - U_2 T_2\, si(\pi T_2 f)$$

$$mit \qquad U_2 = \left(\frac{1}{2}\right) U_1; T_2 = 2T_1$$

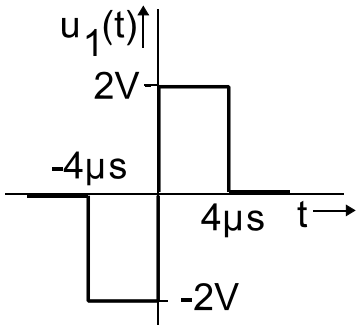
Skizzieren Sie die zugehörigen Zeitfunktionen !

Aufgabe 2.11
Ermitteln und skizzieren Sie die spektralen Amplitudendichten $U_1(f)$ für die skizzierten Rechteckfunktionen $u_1(t)$!

a)



b)



Aufgabe 2.12
Geben Sie zu folgender Funktion
$U(f) = U_0T \text{ si}(\pi Tf) + U_0T \cdot \text{si}^2(\pi Tf)$
die Fouriertransformierte u(t) an (Skizze)!

Aufgabe 2.13
Gegeben sind folgende Funktionen im Frequenzbereich :
a) $U(f) = U_0T \cdot \text{si}(\pi Tf)\, e^{j\,2\pi Tf}$
b) $U(f) = U_0T \cdot \text{si}(\pi Tf)\, e^{-j\,2\pi Tf}$
Stellen Sie die zugehörigen Zeitfunktionen u(t) graphisch dar !

Aufgabe 2.14
Bestimmen Sie die Zeitfunktion zu folgender Spektralfunktion:

$$U_1(f) = \frac{1}{2}\, U_0 \cdot \delta(f-f_0) + \frac{1}{2}\, U_0 \cdot \delta(f+f_0)\,!$$

Aufgabe 2.15
Skizzieren Sie die Zeitfunktion u(t), wenn

$$U(f) = \frac{1}{2}\, U_0(f-f_0) + \frac{1}{2}\, U_0(f+f_0)$$

$$\textit{mit} \qquad U_0(f) = C \cdot si(\pi Tf) \qquad \textit{und}$$

$$f_0 \gg \frac{1}{T} \qquad \textit{gegeben ist.}$$

Aufgabe 2.16
Gesucht ist die Zeitfunktion u(t) folgender spektraler Amplitudendichte

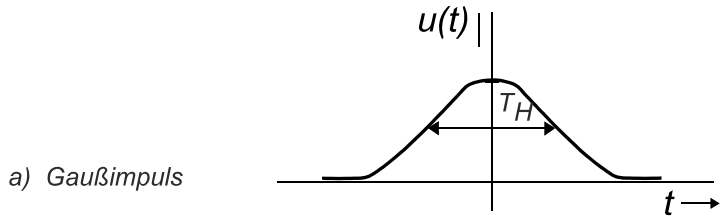
$$U(f) = C_0 \cdot e^{-(ln2) \cdot (\frac{f}{f_H})^2}$$

Aufgabe 2.17
Gegeben Sie die Differenzierte und Integrierte (Zeitfunktionen und Spektren) von u(t) an, wenn gilt:

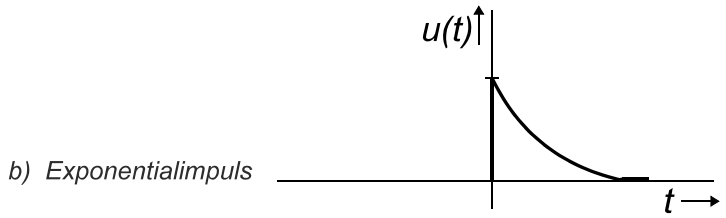
$$u(t) = \begin{cases} U_0 & \text{für } |t| < \frac{T}{2} \\ \frac{U_0}{2} & \text{für } |t| = \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 2.18
Skizzieren Sie zu einem si^2 - Impuls das flächen- und amplitudengleiche Rechteck und die zugehörigen Fouriertransformierten !

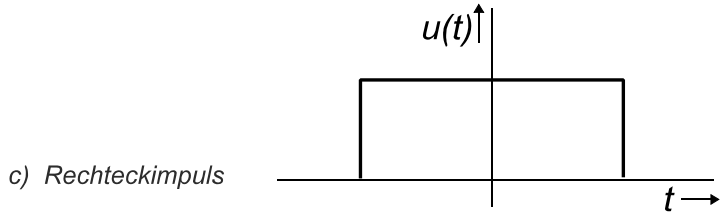
Aufgabe 2.19
Überprüfen Sie die Näherungsbeziehung $B_H \cdot T_H \approx 1$ am Beispiel folgender Zeitfunktionen



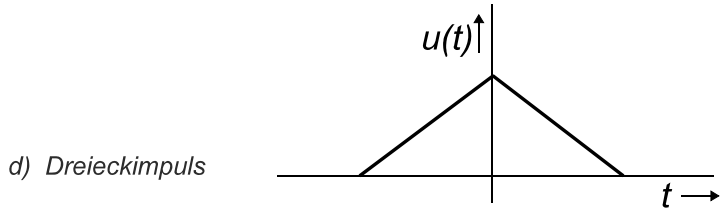
a) Gaußimpuls



b) Exponentialimpuls



c) Rechteckimpuls



d) Dreieckimpuls

Aufgabe 2.20

Mittels einer Abtast-Halte-Schaltung wird ein Rechteckimpuls zeitlich um den Faktor 10 gedehnt, wobei die Amplitude U_o beibehalten wird.
Die spektrale Amplitudendichte U(f) des Originalimpulses bei einer Frequenz f_1 beträgt 10^{-6} V/Hz.
Wie groß ist die Amplitudendichte $U_1(f)$ des gedehnten Impulses bei der Frequenz $f = f_1/10$?

Aufgabe 2.21

Diskutieren Sie die Eigenschaften eines Dirac-Impulses (Stoßes)!

a) Welchen Amplitudenverlauf hat die δ-Funktion?

b) Welche Dimension hat der Spannungsimpuls $u(t)=U_0 t_1 \delta(t)$ mit $U_0=300V$ und $t_1=10ms$? (Erklärung!)

c) Welches Impulsintegral hat δ(ω)? Drücken Sie δ(ω) durch δ(f) aus!

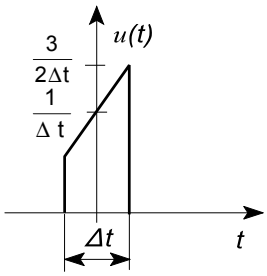
Aufgabe 2.22
Approximation für den Dirac-Impuls

a) Welche Anforderungen müssen Funktionen erfüllen, damit sie als Approximation für den Dirac-Impuls verwendet werden können,d.h. im Grenzübergang einer linearen Stauchung in δ(t) übergehen?

b) Sind folgende Impulsformen als Dirac-Impulsapproximation geeignet? Beweisen Sie Ihre Antworten!

b1) si-förmiger Impuls

b2) siehe Skizze rechts



Aufgabe 2.23

Bestimmen und skizzieren Sie die Korrespondenz
$u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f) = e^{-\epsilon|f|}$ für endliches ϵ und $\epsilon \to 0$!

Aufgabe 2.24

Skizzieren Sie die Korrespondenz $\frac{d}{dt} = u(t) = u_1(t) \circ\!\!-\!\!\bullet U_1(f)$

für endliches ϵ und $\epsilon \to 0$ mit $u(t) \circ\!\!-\!\!\bullet U(f)$ aus Aufgabe 2.23.

Aufgabe 2.25

Gesucht ist das Spektrum $U(f) \circ\!\!-\!\!\bullet u(t)$ mit $u(t) = (t/t_1)\ \mathrm{rect}\ (t/(2t_1))$

a) Skizzieren Sie u(t)!

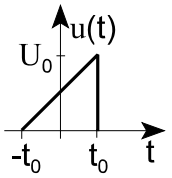
b) Bestimmen Sie U(f), indem Sie u(t) durch einmalige Differentiation auf einfacher zu transformierende Funktionen zurückführen!

c) Bestimmen Sie U(f), indem Sie u(t) durch Differentiation in Funktionen wandeln, die nur aus Dirac-Impulsen bestehen, und in den Frequenzbereich gehen!

d) Welches Spektrum ergibt sich mit den Methoden aus (b) und (c) für $u_k(t) = u(t) + 1$?

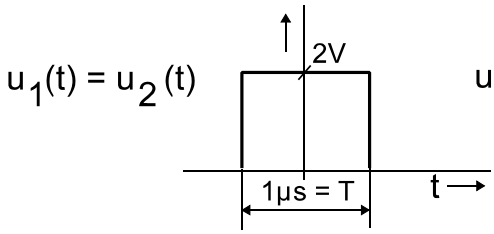
e) Wie müssen die Methoden aus (b) und (c) erweitert werden, damit für u_k das korrekte Spektrum errechnet wird?

Aufgabe 2.26
Ermitteln Sie die spektrale Amplitufdendichte U(f) der gegebenen Zeitfunktion u(t)
- mittels Fouriertransformation
- mit Hilfe der Laplace-Transformationstabellen

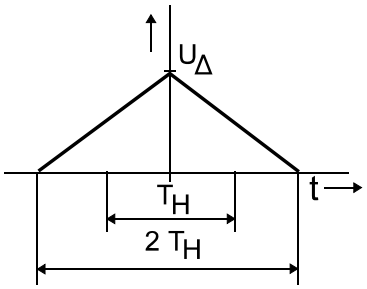


3. Faltung

Aufgabe 3.1
Ermitteln Sie das Faltungsprodukt u(t) zweier gleicher Rechteckfunktionen !

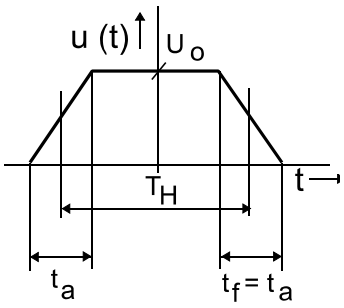


Aufgabe 3.2
Ermitteln Sie die Amplitudendichte des skizzierten Dreieck-Impulses !

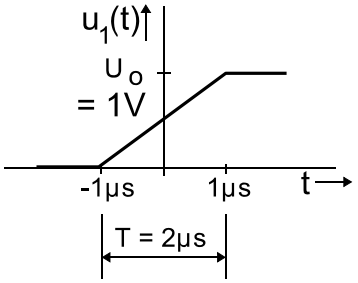


Wenden Sie dabei die Ergebnisse der Aufgabe 3.1 an!

Aufgabe 3.3
Ermitteln Sie die Amplitudendichte U(f) des skizzierten Trapezimpulses !



Aufgabe 3.4
Ermitteln Sie die spektrale Amplitudendichte der skizzierten Rampenfunktion $u_1(t)$!



Aufgabe 3.5
Bestimmen Sie zu dem angegebenen Faltungsprodukt U(f) im Spektralbereich die zugehörige Fouriertransformierte u(t)!

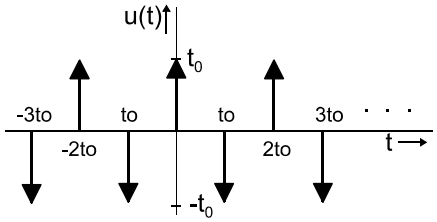
$$U(f) = C_o \cdot \delta(f) * \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_o) + \delta(f+f_o)\right]$$

4. Stoßfolgen, Abtastung

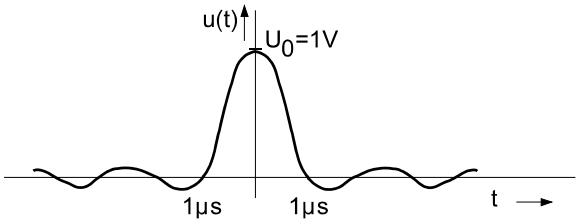
Aufgabe 4.1
Berechnen Sie die Spektralfunktion einer periodischen Stoßfolge !

$$u(t) = t_o \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-nt_o)$$

Aufgabe 4.2
Ermitteln Sie die Spektralfunktion U(f) einer alternierenden Stoßfolge u(t)(gemäß Skizze)!



Aufgabe 4.3
Die skizzierte Spaltfunktion u(t) wird mit der Abtastfrequenz f_p = 2 MHz abgetastet.
Skizzieren Sie die Spektralfunktion der Abgetasteten!
Welche Änderungen bewirkt eine (technische) Abtastung mit schmalen Rechteckimpulsen?



Aufgabe 4.4
Eine cos-förmige Schwingung $u_o(t) = 5V \cdot \cos(2\pi f_1 t)$
(f_1 = 10 MHz) wird mit den Frequenzen
a) f_p = 40 MHz b) f_p = 80 MHz c) f_p = 4MHz
abgetastet.
Skizzieren Sie die zugehörigen Abgetasteten (Zeitfunktionen) und die Fouriertransformierten!

Aufgabe 4.5
Vergleichen Sie die Spektren, die bei Abtastung mit einer regulären bzw. einer verschobenen Stoßfolge entstehen!

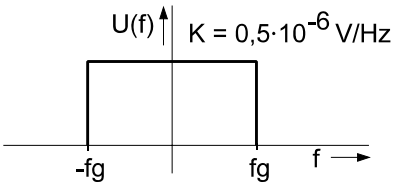
Aufgabe 4.6
Geben Sie zu folgender Zeitfunktion u(t) die zugehörige Frequenzfunktion U(f) an!

$$u(t) = \cos\left(\pi \frac{t}{t_o}\right) \cdot t_o \cdot \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(t - \nu t_o)$$

Aufgabe 4.7

Von einer periodischen Impulsfolge $u_p(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} u(t - \nu t_p)$

($f_o = 1/t_p = 4$ MHz Impulsfolgefrequenz) ist die spektrale Amplitudendichte U(f) des Elementarimpulses u(t) bekannt (siehe Skizze).
Welche Kurvenform (Zeitfunktion) hat die periodische Funktion u_p (t)?



Aufgabe 4.8
Ein Verstärker soll Spaltimpulse mit der Zeitfunktion u(t) übertragen, deren maximale Amplitude u(t=0) = 2V beträgt. Die Nulldurchgänge liegen im Abstand von 1 ms. Die Impulse können periodisch mit $t_p = 0{,}1$ ms (Frequenz 10 kHz) auftreten.
Für welche Eingangsspannung muß der Verstärker ausgelegt werden, um übersteuerungsfrei zu arbeiten?
Welche Kurvenform hat das periodische Signal?

Aufgabe 4.9
Eine Spaltfunktion u(t) wird abgetastet und mit einer nichtidealen Interpolationsfunktion $g_I(t)$ rekonstruiert. Ermitteln Sie das Fehlerspektrum ΔU(f)!

$$u(t) = U_0 si(\pi B_0 t) \qquad U_0 = 1V$$
$$B_0 = 10MHz$$
$$a) \quad f_p = 20MHz$$
$$b) \quad f_p = 40MHz$$

$$g_I(t) = B_0 si^2(\pi B_0 t)$$
$$\Delta U(f) = U_x(f) - U(f)$$

$U_x(f)$ - rekonstruiertes Spektrum

Aufgabe 4.10
Ermitteln Sie das Spektrum, das ein HF-Sampling-Oszilloskop nach der Abtastung tatsächlich verarbeitet! (Frequenzuntersetzung durch Abtastung periodischer Signale).
[siehe z. B. Lehrbuch Kreß/Irmer S. 194]

5. Multiplikation, Modulation, Interpolation

Aufgabe 5.1
Geben Sie zu den folgenden multiplikativ verknüpften Zeitfunktionen die zugehörigen Spektralfunktionen U(f) an!

$$a)\quad u(t) = U_o \cdot si(\pi Bt) \cdot \delta(t)$$

$$b)\quad u(t) = U_o \cdot si(\pi Bt) \cdot \delta(t - \frac{1}{B})$$

$$c)\quad u(t) = U_o \cdot si(\pi Bt) \cdot \frac{1}{B} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(t - \frac{\nu}{B})$$

Aufgabe 5.2

$$u(t)\cos(2\pi f_o t) \qquad \text{für}$$

$$a)\quad u(t) = si(\pi Bt) \qquad \text{für}\quad B << f_o$$

$$b)\quad u(t) = \cos(2\pi f_1 t) \qquad \text{für}\quad f_1 << f_o$$

$$\text{und}\quad f_1 >> f_o$$

Berechnen Sie die Spektren der Funktion

Aufgabe 5.3
Gegeben: Zeitfunktionen u(t)
Gesucht: Spektralfunktionen U(f)

$$a)\quad u(t) = \cos^2(2\pi f_o t)$$

$$b)\quad u(t) = \cos(2\pi f_o t)\sin(2\pi f_o t)$$

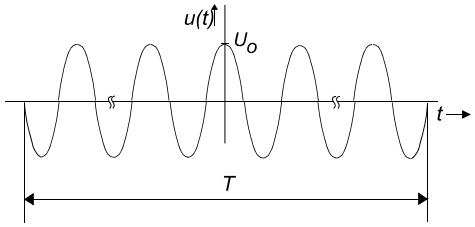
Aufgabe 5.4
Berechnen Sie die Spektren zu folgenden Zeitfunktionen:

$$a)\quad u(t) = si(ax)si(x);\quad 0 \le a \le 0{,}5$$

$$x = \pi Bt$$

$$b)\quad u(t) = si(x)si^2(ax);\quad a = 0{,}5$$

Aufgabe 5.5
Geben Sie die Spektralfunktion U(f) einer Kosinusschwingung der Zeitdauer T an!



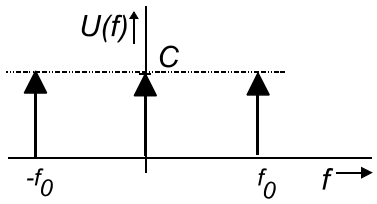
Ermitteln Sie zusätzlich die Spektralfunktion der Periodifizierten des obigen Signals (periodisch getastete Trägerschwingung; z. B. für Radarsignal) mit der Periode t_p, wenn weiterhin gilt: $t_p >> T$!

$$u(t) = \begin{cases} U_0 \cdot \cos(2\pi f_1 t) & \text{für} |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

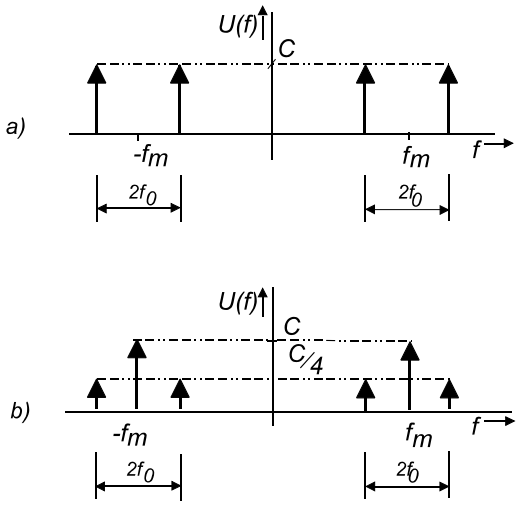
Aufgabe 5.6
Ein phasenempfindlicher Gleichrichter realisiert die Multiplikation eines cosinusförmigen Messsignals $u_M(t)$ mit einem rechteckförmigen Referenzsignal $u_p(t)$ gleicher Frequenz (Prinzip eines Lock-in-Voltmeters).
Berechnen Sie:

- Spektrum des Ausgangssignals
- Gleichspannung (Messspannung) am Ausgang als Funktion der Phasenverschiebung zwischen beiden Eingangssignalen

Aufgabe 5.7
Ermitteln Sie die Zeitfunktion u(t) des angegebenen Spektrums U(f) (Skizze).



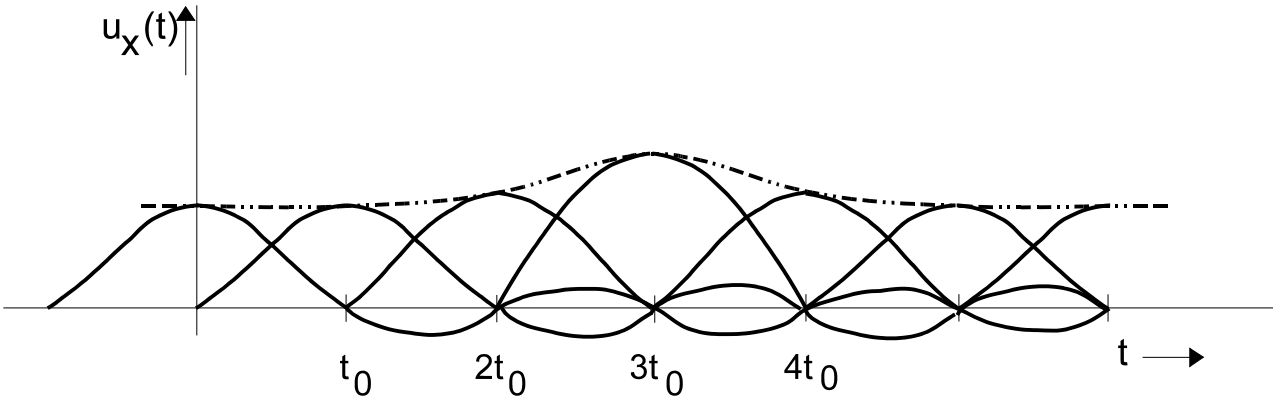
Aufgabe 5.8
Gegeben sind folgende Spektralfunktionen, deren Zeitfunktionen gesucht sind.



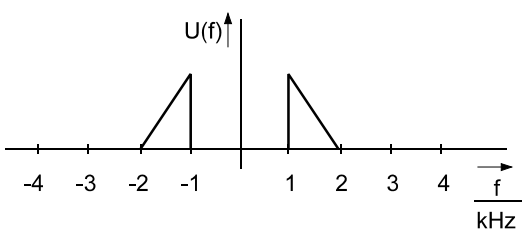
Aufgabe 5.9
Amplitudenmodulierten Impulsen im zeitlichen Abstand t_o

$$u_x(t) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} x_\nu u(t-\nu t_o)$$

sollen durch Abtastung an den Stellen νt_o die Amplituden x_ν ungestört entnommen werden (s. Skizze).
Welche Bedingungen müssen u(t) und die zugehörige Spektralfunktion U(f) erfüllen



Aufgabe 5.10
Ermitteln Sie die minimale Abtastfrequenz des skizzierten Bandpaßsignals! Geben Sie die Übertragungsfunktion des Rückgewinnungsfilters und die zugehörige Interpolationsfunktion an!



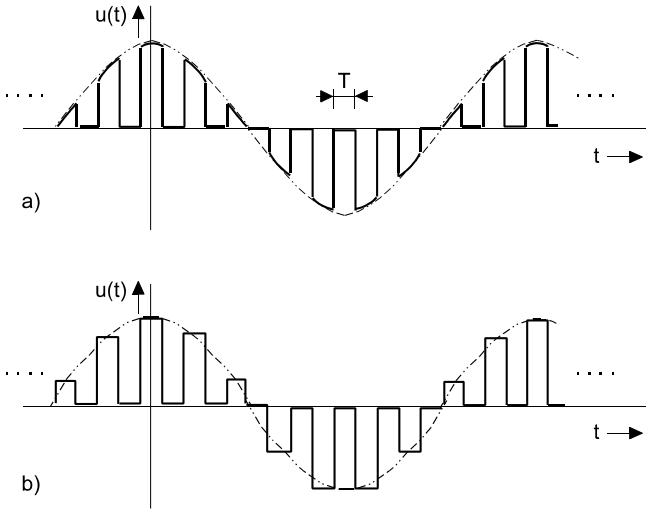
Aufgabe 5.11

Vergleichen Sie die Spektren der

a) durch ein Analog-Tor

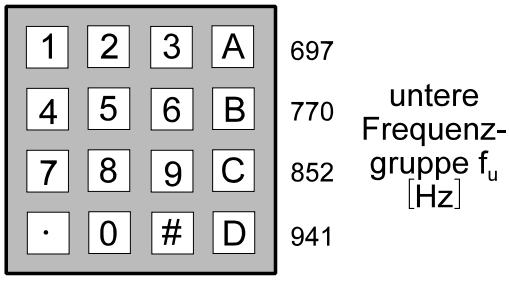
b) durch eine Abtast-Halte-Schaltung

verarbeiteten Kosinusschwingung gemäß Skizze



Aufgabe 5.12

Beim Mehrfrequenzwahlverfahren wird jeder Telefontaste ein charakteristisches Frequenzpaar, ein sogenanntes Doppelton-Mehrfrequenz-(DTMF-)Signal zugeordnet, s. Bild. Bei Betätigen einer Taste wird ein entsprechendes Signal der Dauer von ca. T=70ms an die Vermittlungsstelle übertragen.



Telefontastatur und zugehörige DTMF-Tonpaare

a) Geben Sie die Zeitfunktion u(t) des Sendesignals an (Formel) !

b) Bestimmen Sie das zugehörige Amplitudendichtespektrum U(f) (Formel und Skizze) !

c) Wie ändert sich das Spektrum, wenn die Sendedauer von 70 ms auf 8ms verkürzt wird ?

6. Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

Aufgabe 6.1
Geben Sie explizite Formeln der DFT für N=2 an!

Aufgabe 6.2
Transformieren Sie die Folgen (N=2)

$$a)\ \{d_n\} = 1,0$$

$$b)\ \{d_n\} = 6,2$$

Aufgabe 6.3
Ermitteln Sie die Fourier-Matrix $\underline{\underline{F}}$ für N=4!

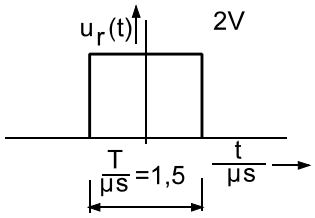
Aufgabe 6.4
Geben Sie das explizite Gleichungssystem zur Ermittlung der $N \cdot D_\mu$ für N = 4 an!

Aufgabe 6.5
Charakterisieren Sie die Folge $\{d_n\}$ bzw. den Vektor $\underline{d}$ für den Sonderfall gerader, reeller Ursprungsfunktionen u(t).
Welche Konsequenz ergibt sich für die $\{D_\mu\}$ bzw. den Vektor $\underline{\underline{D}}$? Demonstrieren Sie diesen Sonderfall für N = 4!

Aufgabe 6.6
Berechnen Sie für N = 4
D_μ für a) $d_n = 1000$
b) $d_n = 1111$
c) $d_n = 1\ \ 0{,}5\ \ 0\ \ 0{,}5$
d) $d_n = 1101$
Interpretieren Sie die Ergebnisse, indem Sie den d_n mögliche (einfache) Originalfunktionen zuordnen!

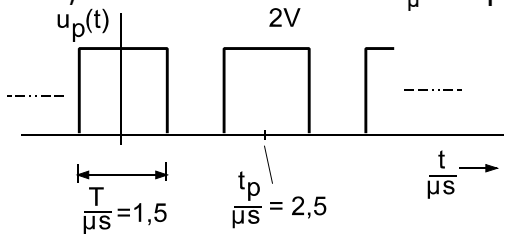
Aufgabe 6.7
Berechnen Sie mittels DFT

a) näherungsweise die Spektralfunktion eines aperiodischen Rechtecksignals gemäß Skizze



Wählen Sie:
N = 5
t_0 = 0,5µs

b) die (i. a. komplexen) Fourierkoeffizienten C_μ der periodischen Rechteckfolge gem. Skizze



Beachten Sie:
$u_p(t) = P\{u_r(t)\}$
nach a)

7. Signale und analoge Systeme

Aufgabe 7.1
Die Gewichtsfunktion g(t) eines Tiefpasses sei monoton und gerade mit

$g_{max} = 1 \cdot 10^4 \cdot 1/s;$
$T_H = 0{,}5$ ms.

Ermitteln Sie den Wert der Übertragungsfunktion bei der Frequenz f = 0 G(0) und die Halbwertsbreite B_H bzw. f_H (Näherungswerte)!

Aufgabe 7.2
Ermitteln Sie zu einer monotonen, reellen Übertragungsfunktion G(f) eines Tiefpasses mit

$G(0) = 2$ und $f_H = 5$ kHz

den qualitativen Verlauf der Gewichtsfunktion und geben Sie die Näherungswerte von g_{max} und T_H an!

Aufgabe 7.3
Ein Spaltimpuls $u_1(t)$ der Zeitdauer $T_R = 10$ µs mit der Amplitude $U_o = 5$V wird auf einen idealen Tiefpass gegeben, für den gilt:

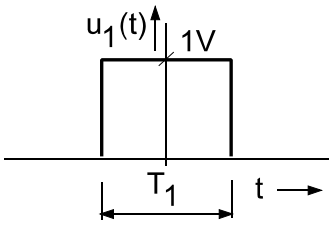
$G(0) = 2$
$t_{ph} = 10$ µs
a) $f_g = 100$ kHz
b) $f_g = 25$ kHz

Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Ausgangssignale $u_2(t)$!

Aufgabe 7.4
Auf einen Gaußtiefpass mit G(0) = 1 und

a) $B = B_R = 2$ MHz
b) $B = B_R = 4$ MHz

wirkt ein rechteckförmiges Eingangssignal $u_1(t)$ (gemäß Skizze).



Fall 1: $T_1 = 0{,}01$µs
Fall 2: $T_1 = 10$µs

Skizzieren Sie für beide Fälle die Ausgangszeitfunktion $u_2(t)$!

Aufgabe 7.5
Auf einen idealen Tiefpass mit G(0) = 2; $t_{ph} = 10$ µs
und a) $f_g = 500$ kHz
b) $f_g = 10$ kHz
wird ein Rechteckimpuls $u_1(t)$ mit der Zeitdauer $T_R = 10$µs und $U_o = 5$V gegeben!
Ermitteln Sie näherungsweise die Ausgangssignale $u_2(t)$!

Aufgabe 7.6
Ein monotoner Impuls der Amplitude $U_1 = 5V$ und der Zeitdauer $T_{H1} = 1\mu s$ wird auf einen Tiefpass (gaußähnlicher Tiefpass) mit der Grenzfrequenz $f_H = 100$ kHz und der Gleichspannungsverstärkung $G(0) = 2$ gegeben.
Schätzen Sie Amplitude und Zeitdauer des Ausgangsimpulses ab!
Ermitteln Sie weiterhin die Anstiegszeit der Antwort auf einen Rechteckimpuls der Zeitdauer $T_1 = 50\ \mu s$!

Aufgabe 7.7
Ein System hat die Übertragungsfunktion

$$G(f) = e^{-j2\pi t_o f}$$

Geben Sie die Ausgangsfunktion $u_2(t)$ an, wenn das System mit einer rechteckförmigen Eingangsfunktion $u_1(t)$ der Breite $T = 2\ t_o$ beaufschlagt wird!

Aufgabe 7.8
Vergleichen Sie durch tabellarische Gegenüberstellung die Systemfunktionen (G(f), φ(f), g(t), h(t)) idealer und realer Tiefpässe! (Skizzen)

Aufgabe 7.9
Berechnen und skizzieren Sie die Sprungantwort h(t) (Übergangsfunktion) eines RC-Tiefpasses!
Ermitteln und diskutieren Sie die Zeitantworten des Systems auf
- einen einzelnen Rechteckimpuls
- eine periodische Rechteckimpulsfolge!

Aufgabe 7.10
Aufgabenstellung wie Aufgabe 7.9, aber für RC-Hochpass.

Aufgabe 7.11
Die Übertragungsfunktion eines Bandpasses G(f)

$$G(f) = G_1(f) - G_2(f) \quad \text{wird durch}$$

$$G_1(f) = e^{-\pi\left(\frac{f}{B_1}\right)^2}$$

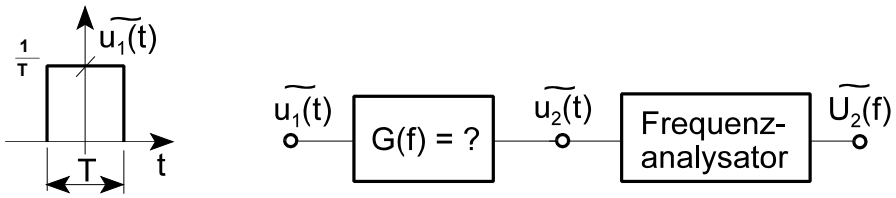
$$G_2(f) = e^{-\pi\left(\frac{f}{B_2}\right)^2} \qquad \text{mit } B_2 = \frac{B_1}{10}$$

bestimmt.
Skizzieren Sie die Übertragungsfunktion, Gewichtsfunktion und Übergangsfunktion dieses Bandpasses!

Aufgabe 7.12
Ermitteln Sie die Systemfunktionen (G(f), φ(f), g(t), h(t)) von Hochpass und Bandpass aus den entsprechenden Funktionen für
- Spalt-Tiefpaß
- idealen Tiefpaß
- RC- Tiefpaß

Aufgabe 7.13

Die Übertragungsfunktion G(f) eines linearen zeitinvarianten Systems soll für $0 \le f \le f_g$ bestimmt werden. Als Eingangsfunktion steht ein Rechteckimpuls mit variabler Breite T als Dirac-Impulsapproximation und ein Frequenzanalysator für das Ausgangssignal zur Verfügung.



$u_1(t) = \delta(t) : U_2(f) = K \cdot G(f)$

$\widetilde{u_1}(t) \quad : \widetilde{U_2}(f) = K \cdot \widetilde{G}(f)$

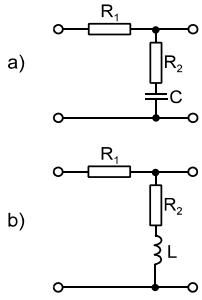
Lösungshinweis: Für $\Delta G(f) = G(f) - \widetilde{G}(f)$

Wie klein muß die Impulsdauer T mindestens sein, damit bei dieser Messung der relative Fehler $\left|\frac{\Delta G(f)}{G(f)}\right|$ kleiner 10% bleibt ?

Aufgabe 7.14

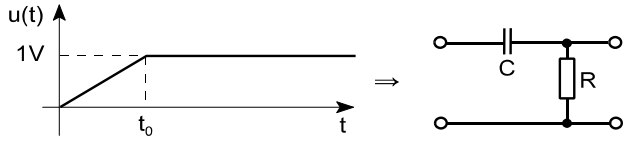
Von den angegebenen realen Systemen sind zu bestimmen:

- Übertragungsfunktion $G_p(p)$ (Polynom-und Linearfaktorform)
- PN-Bild
- Bodediagramm
- Sprungantwort h(t) (mit LT-Tabelle)
  Interpretieren Sie das Ergebnis anschaulich durch Betrachtung der physikalischen Vorgänge in der Schaltung!
- Antwort auf einen relativ breiten Rechteckimpuls



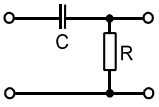
Aufgabe 7.15

Ermitteln und skizzieren Sie das Signal am Ausgang eines RC-Hochpasses, wenn am Eingang ein rampenförmiges Signal anliegt !

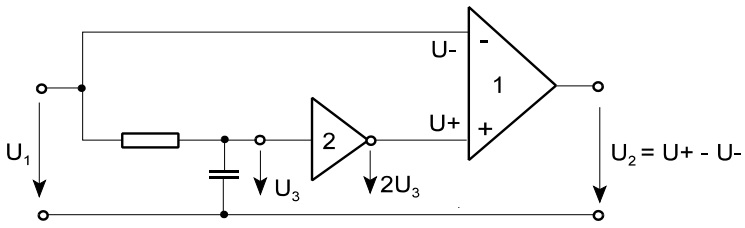


Aufgabe 7.16

Zeigen Sie unter welchen Bedingungen ein RC-Hochpass als Differenzierer - Approximation wirkt ! (Lösung im Frequenzbereich)



Aufabe 7.17
Zu untersuchen ist das angegebene aktive RC-Netzwerk.

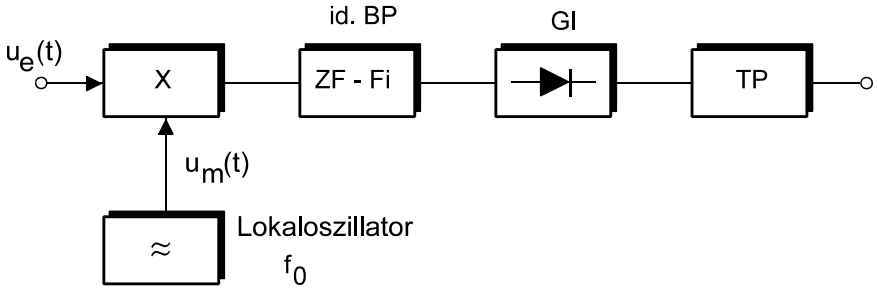


a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G_p(p)$ und zeichnen Sie das zugehörige PN-Bild !
b) Ist das System
   - stabil ?
   - ein Minimalphasensystem ?
c) Skizzieren Sie den Dämpfungs-und Phasenverlauf (f-Achse linear) !
   Um welchen Systemtyp handelt es sich ?
d) Berechnen und skizzieren Sie die Stoßantwort g(t) !
e) Berechnen und skizzieren Sie die Sprungantwort h(t) !

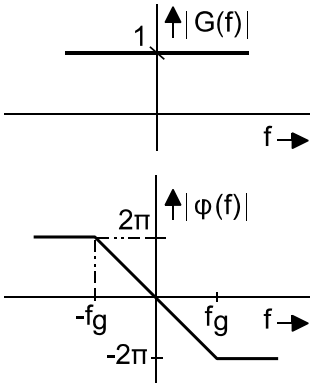
Aufgabe 7.18
Gegeben ist ein Tiefpaß mit einer Übertragungsfunktion $G(f) = si(\pi Tf)$.

a) Skizzieren Sie G(f), g(t), h(t) !
b) Berechnen sie das Signal $u_2(t)$ am Ausgang des Systems, wenn am Eingang ein periodisches Signal in reeller Form $u_{1r}(t) = 1V \cos 2\pi f_0 t$ bzw. in komplexer Form $u_{1k}(t) = 1Ve^{j2\pi fto}$ anliegt.
c) Das Eingangssignal werde zum Zeitpunkt t=0 eingeschaltet, d.h. $u_1(t) = 0$ für $t < 0$. Modellieren Sie das Signal im Zeitbereich in reeller und komplexer Form und geben Sie die die zugehörigen Spektralfunktionen an !
d) Berechnen Sie das Signal am Ausgang des Systems in komplexer Schreibweise und daraus das reelle Signal !

Aufabe 7.19
Stellen Sie die signaltheoretischen Prinzipien der Demodulation eines Hochfrequenzsignals in einem AM-Überlagerungsempfänger dar! (Mittelwelle $0.5 < f_T < 1.5$ MHz; Grenzfrequenz des NF-Signals 4.5 kHz)
- Entstehung der Zwischenfrequenz
- Möglichkeiten der Spiegelfrequenzunterdrückung



Aufgabe 7.20
Bestimmen Sie die Gewichtsfunktion g(t) zu der angegebenen Übertragungsfunktion G(f) (Allpass)!
Lösungshinweis: Parallelschaltung von idealem TP und HP

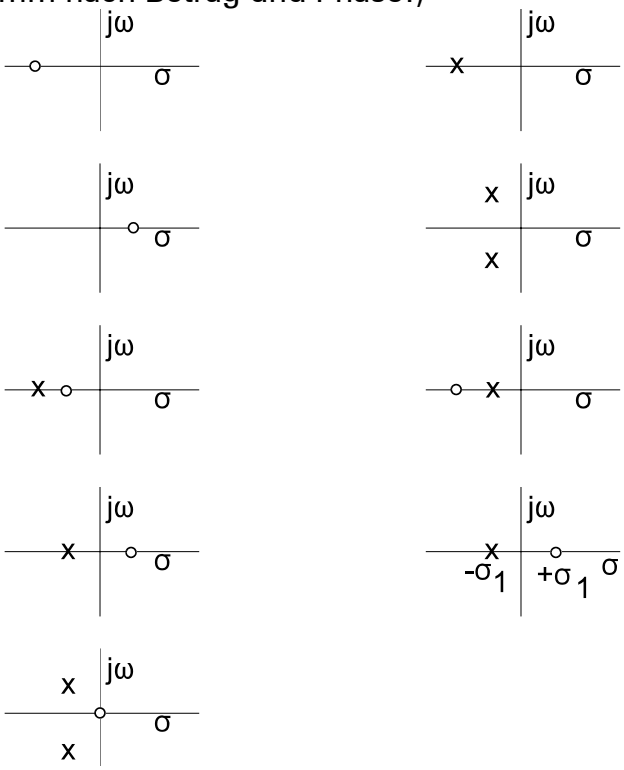


Aufgabe 7.21
Ein Zweiseitenbandsignal mit unterdrücktem Träger

$$U_z(f) = \frac{1}{2}\left(U(f-f_o) + U(f+f_o)\right)$$

durchläuft einen Allpass mit G(f) = exp(jΦ(f)) und wird anschließend kohärent demoduliert (Multipl. mit cos ($2\pi f_o t$)).
Berechnen Sie das demodulierte Signal nach einer TP-Filterung und seine Phasenverzerrung!

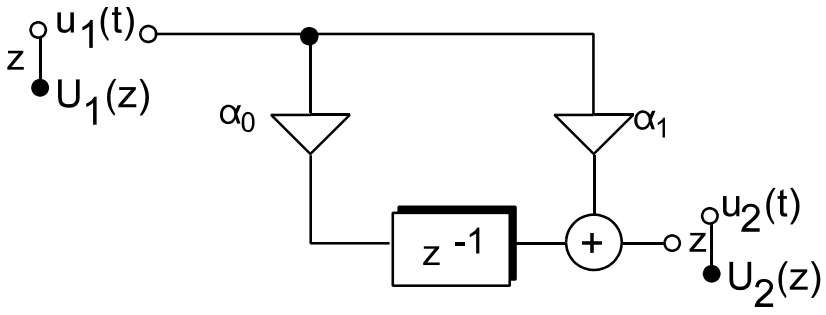
Aufgabe 7.22
Skizzieren Sie die Betrags-und Phasencharakteristik im linearen Frequenzmaßstab von den gegebenen einfachen PN-Konfigurationen in der p-Ebene!
(Vergl.mit Bodediagramm nach Betrag und Phase!)



8. Zeitdiskrete Systeme

Aufgabe 8.1
Geben Sie für die folgenden Systeme die Funktionen $G_z(z)$, g(t), h(t), G(f) an! Skizzieren Sie den Betrag der Übertragungsfunktion |G(f)|. Skizzieren Sie das PN-Bild in z!

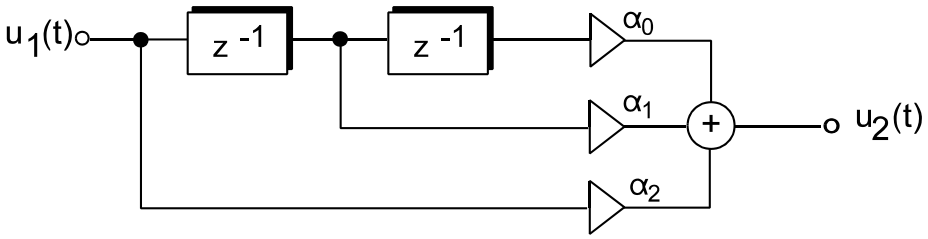
a)



1. $a_0 = a_1 = 1$

2. $\left.\begin{array}{l} a_0 = -1 \\ a_1 = 1 \end{array}\right\}$ "*Vorwärtsprädiktor 1.Ordnung*"

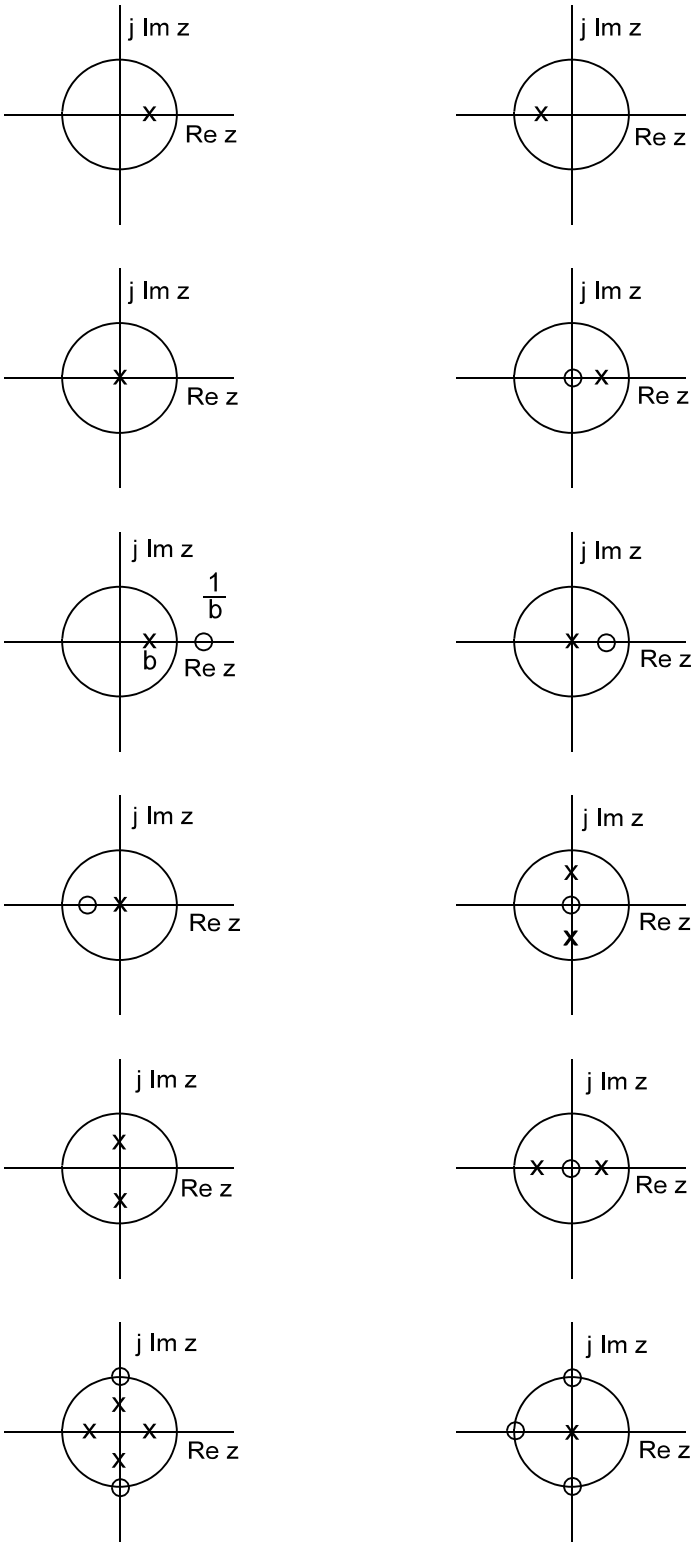
b)



a) $\alpha_0 = 1$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = -2$

b) $\alpha_2 = \alpha_1 = 1$, $\alpha_0 = -2$

Aufgabe 8.2
Skizzieren Sie die Betrags- und Phasencharakteristiken im linearen Frequenzmaßstab von den gegebenen einfachen PN-Konfigurationen in der z-Ebene!



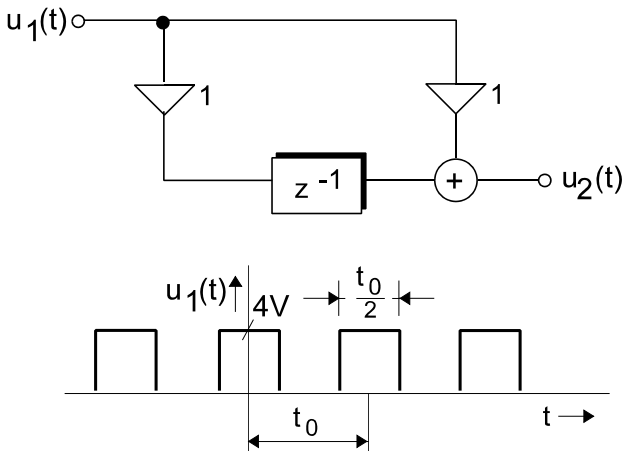
Aufgabe 8.3
Weisen Sie nach, dass eine reelle Nullstelle in der z-Ebene bei $z_1 = \pm 1$ einen frequenzproportionalen Phasenwinkel hat!

Aufgabe 8.4
Weisen Sie nach, daß der Betragsverlauf $|G(f)|$ der Übertragungsfunktion

$$G_z(z) = k_z \frac{z-\frac{1}{z_1}}{z-z_1}, 0<|z_1|<1$$

konstant ist (Allpass)!

Aufgabe 8.5
Das angegebene System wird mit einem periodischen Rechtecksignal $u_1(t)$ gemäß Skizze beaufschlagt.
Ermitteln Sie das Ausgangssignal $u_2(t)$!

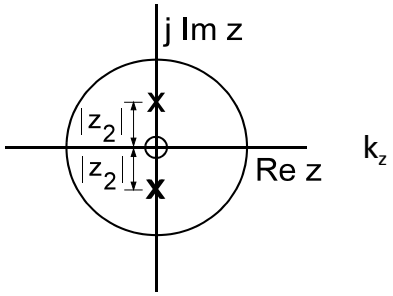


Aufgabe 8.6
Zu der gegebenen Übertragungsfunktion

$$G_z(z) = k_z(z+0.1)/z$$

sind gesucht:
- Blockschaltbild
- Gewichtsfunktion g(t)
- k_z, wenn gilt G(f)=1 für f=0

Aufgabe 8.7
Zu der gegebenen PN-Konfiguration in der z-Ebene sind gesucht:
a) Übertragungsfunktion $G_z(z)$
b) Modellrealisierung
c) Gewichtsfunktion g(t)
d) $|G(f)|$, $\varphi(f)$



Aufgabe 8.8
Untersuchen Sie die Eigenschaften eines Systems 2. Grades mit zeitdiskreter Gewichtsfunktion mit der Übertragungsfunktion

$$G_z(z) = k_z \frac{z^2}{(z-z_2)\ (z-z_2^*)}$$

a) Bestimmen Sie k_z für G(f)=1 bei f=0 unter der Bedingung $z_2 = |z_2| e^{j\frac{\pi}{4}}$

b) Berechnen Sie die Gewichtsfunktion g(t) für $z_2 = |z_2| e^{j\frac{\pi}{4}}$ und diskutieren Sie ihre Eigenschaften!

c) Geben Sie eine Modell-Realisierung an!

Aufgabe 8.9
Ein Fernsehbild wird durch ein positives Echo (Geisterbild) als Folge einer Reflexion an einer Felswand gestört. Der Abstand des Echos auf dem Bildschirm beträgt 20% der (sichtbaren) Zeilenlänge, die Amplitude 10%.

a) Wie weit ist die Felswand von der Empfangsantenne entfernt?
b) Geben Sie das zeitdiskrete System an,das den Sachverhalt modelliert! Entwerfen Sie ein zeitdiskretes Entzerrersystem für das Videosignal.

Lösungshinweis: Zeilenlänge = 64µs, davon 18% Zeilenaustastlücke

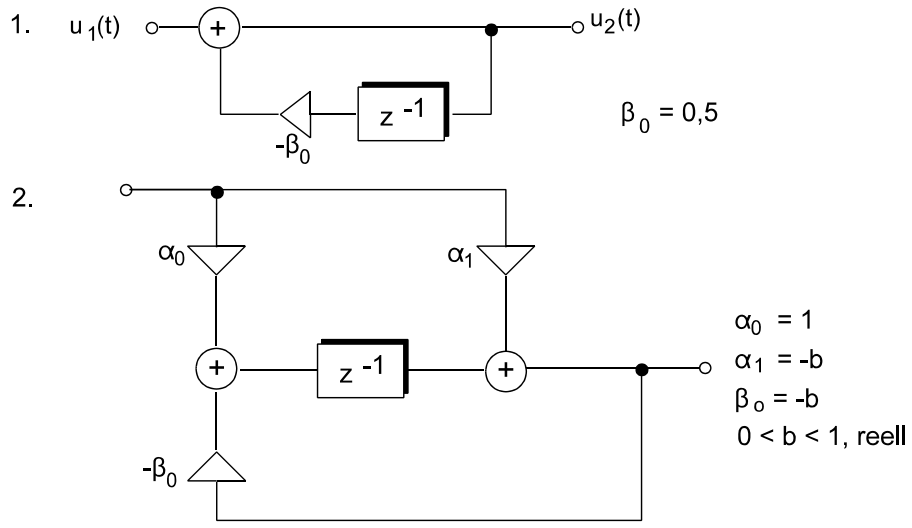
Aufgabe 8.10

Untersuchen Sie die Funktion $|G(f)|$ des Systems $G_z(z) = \frac{1-|z_1|}{z-z_1}$

Für $z_1 = \pm\epsilon$ $\quad 0 < \epsilon \ll 1$

Aufgabe 8.11
Von den angegebenen rekursiven Netzwerken sind gesucht:

a) Übertragungsfunktion $G_z(z)$
b) Gewichtsfunktion g(t)
Diskutieren Sie alle Möglichkeiten zur Ermittlung von g(t)!
c) Sprungantwort h(t)
d) $|G(f)|, \varphi(f)$



Aufgabe 8.12

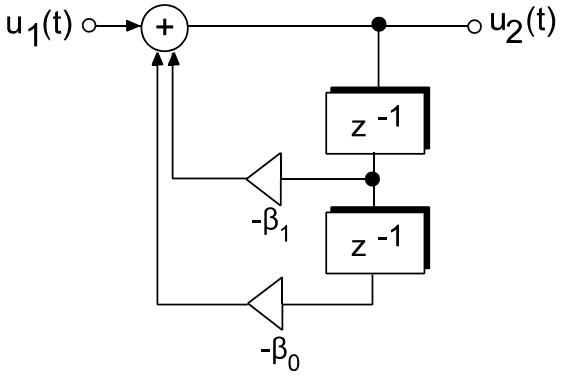
Bestimmen Sie von dem angegebenen Netzwerk

a) Übertragungsfunktion $G_z(z)$, PN-Bild

b) $|G(f)|$,$\varphi(f)$ für die gegebenen Beispielwerte

1: $\alpha_2 = 1$
$\beta_0 = 0{,}64$
$\beta_1 = -0{,}8$

2: $\alpha_2 = k_z$
$\beta_0 = b^2$
$\beta_1 = 0$



Aufgabe 8.13

Eine periodische Zeitfunktion mit der Grundfrequenz f_0 soll durch eine Kettenschaltung aus Kurzzeit-Integratoren von ihren Oberwellen mit den Frequenzen $2f_0$, $3f_0$, $4f_0$, $5f_0$, $6f_0$ befreit werden. Geben Sie das Blockschaltbild und die benötigten Zeitkontanten an.
Die gleiche Aufgabe ist durch ein Transversalfilter zu lösen.

Gesucht: a) PN-Bild in z-Ebene
b) $G_z(z)$
c) Blockschaltbild
d) Taktfrequenz f_p des Filters

Aufgabe 8.14

Der Frequenzgang eines Systems mit der Übertragungsfunktion $G_{po}(p)$ ist durch ein System $G_z(z)$ mit zeitdiskreter Gewichtsfunktion zu approximieren mit Übereinstimung der Funktionswerte für $p = j2\pi f_x$ *und* $z = e^{j2\pi f_x t_0}$

a) $f_x=0$
b) $f_x=f_1$, d.h. Übereinstimmung bei 3dB-Grenzfrequenz

Lösungshinweis: Bilineartransformation $\frac{p}{w_e} = \frac{x-1}{x-1}$

Aufgabe 8.15
Bestimmen Sie die Koeffizienten α,β der Übertragungsfunktion $G_z(z)$ aus den Koeffizienten γ der Gewichtsfunktion g(t)!

$$G_z(z) = \frac{\alpha_0+\alpha_1 z+\alpha_2 z^2}{\beta_0+\beta_1 z+\beta_2 z^2}$$

$$g(t) = \gamma_0 + \gamma_1 z^{-1} + \gamma_2 z^{-2} + \ldots.$$

mit $\gamma_0 = 0$ $\quad \gamma_3 = -0{,}5$
$\gamma_1 = 0$ $\quad \gamma_4 = 0{,}25$
$\gamma_2 = 1$ $\quad \gamma_5 = -0{,}125$
. . . . . .

Aufgabe 8.16
Skizzieren Sie G(f), g(t), h(h)
- eines diskreten idealen Tiefpasses!
- eines diskreten Spalt-Tiefpasses!

Aufgabe 8.17
geg.: Zweiseitenband-AM-Signal mit unterdrücktem Träger
Trägerfrequenz $f_T = 20$kHz
Seitenfrequenzen $f_0, f_u = 21{,}19$kHz
ges.: Diskretes TP-Filter für Einseitenband-AM
(Ausfilterung der unteren Seitenfrequenz)
- $f_p = ?$
- Selektivitätsforderung

Lösungen

1.1 $C_\mu = \frac{A_{|\mu|}}{2} e^{j\varphi_{|\mu|}\frac{\mu}{|\mu|}} \qquad \mu \neq 0$

$C_o = A_o$

$|A_\mu| = 2|C_\mu| \qquad \mu > 0$

$\varphi_\mu = arg\, C_\mu$

1.2 $C_1 = \frac{U_o}{2} e^{j\varphi_1}$

$C_{-1} = \frac{U_o}{2} e^{-j\varphi_1}$

1.3 $C_1 = -j\ 2{,}5V$

$C_{-1} = j\ 2{,}5V$

1.4 *Fall* 1 : $t_p = + \frac{1}{f_a}$

$C_1 = C_{-1} = \frac{U_a}{2}\ ;\ C_2 = C_{-2} = \frac{U_b}{2}$

Fall 2 : $t_p = \frac{2}{f_a} = \frac{3}{f_b}$

$C_2 = C_{-2} = \frac{U_a}{2}\ ;\ C_3 = C_{-3} = \frac{U_b}{2}$

1.5 $C_\mu = U_o \frac{T}{t_p} si\,(\pi\mu \frac{T}{t_p})$

1.6 $U_o = 0{,}67V$

1.7 1.7.1 $C_\mu = j\frac{U_o}{2\pi\mu}$

1.7.2 $C_o = \frac{U_o}{\pi}$

$C_\mu = -\frac{U_o}{\pi}\ \frac{\cos(\mu\frac{\pi}{2})}{\mu^2-1} \qquad \mu \neq 1$

1.7.3 $C_\mu = -\frac{2U_o}{\pi}\ \frac{\cos(\mu\pi)}{4\mu^2-1}$

1.7.4 $C_1 = \frac{U_o}{8}(3+\frac{2}{\pi}+j\frac{2}{\pi})$

$C_\mu = \frac{jU_o}{4\pi(\mu^2-1)}\left[\left(e^{-j\mu\frac{\pi}{4}} - e^{-j\mu\frac{5\pi}{4}}\right)\sqrt{2}(\mu+j) - 4\sin\mu\frac{\pi}{2}\right]; \quad \mu \neq 1$

$C_\mu = 0 \quad f.\ \mu = 0$, gerade

2.1 $U(f) = U_o T\ si(\pi Tf)$

2.2 *a.* $U_1(f) = \frac{2V}{\sigma + j2\pi f}$

b. $U_2(f) = \frac{4V}{\sigma - j2\pi f}$

$C_{01} = 2V; \qquad C_{02} = 4V$

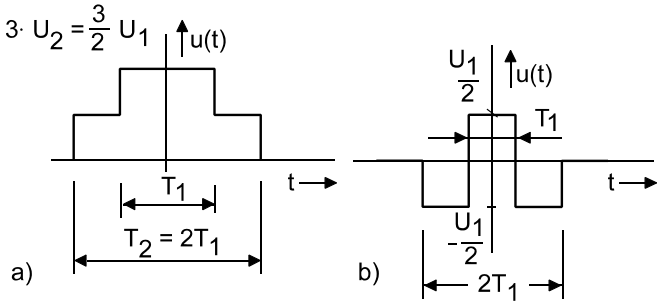
2.3 $U(f) = \frac{f}{\pi(f_o^2 - f^2)}\sin(\pi t_p f)$

2.4 $u_g(t) = \frac{1}{2}[u(t) + u(-t)]$

$u_u(t) = \frac{1}{2}[u(t) - u(-t)]$

2.9 $u_1(t) = -u(t)$

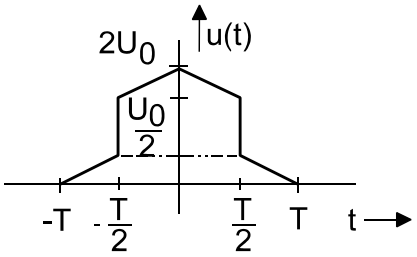
2.10.



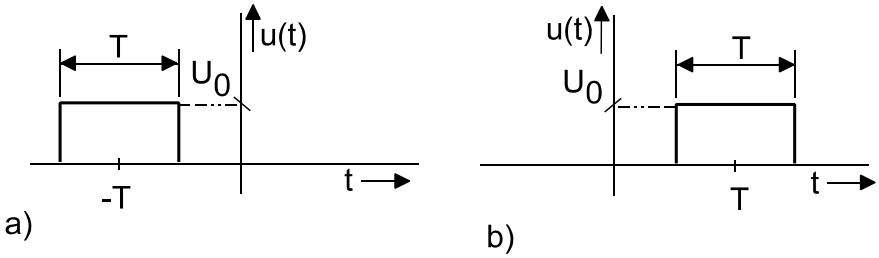
2.11. *a*) $U_1(f) = U_o T\, si(\pi Tf)\, e^{-j\pi fT}$

b) $U_1(f) = -2jU_o T\, si(\pi Tf) \sin(\pi Tf)$

2.12

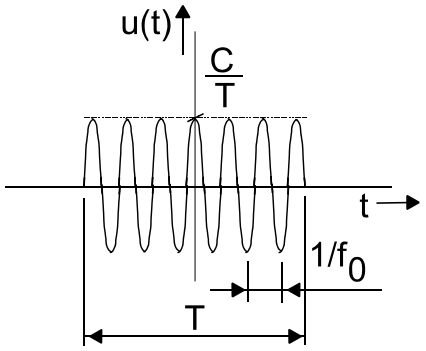


2.13



2.14 $u_1(t) = U_o \cos 2\pi f_o t$

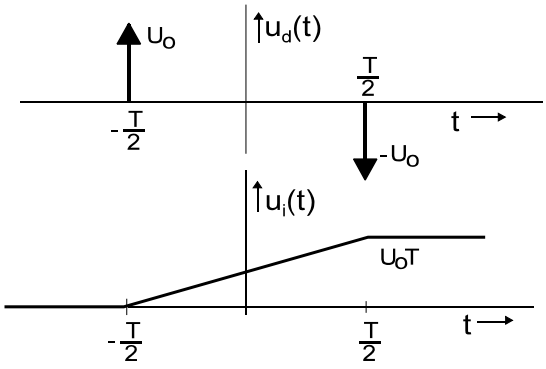
2.15



2.16 $u(t) = C_o \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} f_H\, e^{-\frac{\pi^2 f_H^2}{\ln 2} t^2}$

2.17 $U_d(f) = 2jU_o \sin(\pi Tf)$

$$U_i(f) = \frac{U_o T}{j2\pi f}\, si(\pi Tf) + \frac{U_o T}{2} \cdot \delta(f)$$



2.19 *a)* $B_H \cdot T_H \approx 0{,}88$

b) $B_H \cdot T_H \approx 0{,}382$

c) $B_H \cdot T_H \approx 1{,}2$

d) $B_H \cdot T_H \approx 0{,}89$

2.20 $U_1(1\text{MHz}) = 10^{-5}\,\text{V/Hz}$

2.21 $$\delta(\omega) = \frac{1}{2\pi}\,\delta(f)$$

2.22 $\lim_{a \to 0} U_A(af) = 1$

2.23 $$u(t) = \frac{2\epsilon}{\epsilon^2 + (2\pi t)^2} \quad \text{für } \epsilon > 0$$

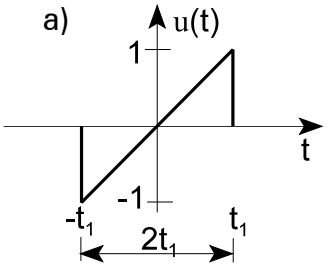
$u(t) = \delta(t)$ für $\epsilon \to 0$

2.24 $U_1(f) = j2\pi f \cdot \underline{e^{-\epsilon|f|}}$ $\epsilon > 0$

$U_1(f) = j2\pi f \circ\!\!-\!\!\bullet\, u(t) = \delta'(t)$ für $\epsilon \to 0$

2.25

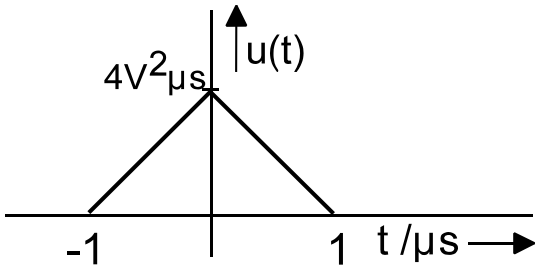
a)



b) $$U(f) = \frac{j}{\pi f}\,(\cos 2\pi t_1 f - si(2\pi t_1 f))$$

2.26 $U(f) = U_0 \left[t_0 si(2\pi f t_0) + \frac{j}{2\pi f} (\cos 2\pi t_0 f - si(2\pi t_0 f))\right]$

3.1



3.2 $U(f) = U_\Delta \cdot T_H \cdot si^2(\pi f T_H)$

3.3 $U(f) = U_o T_H si(\pi t_a f) \cdot si(\pi T_H f)$

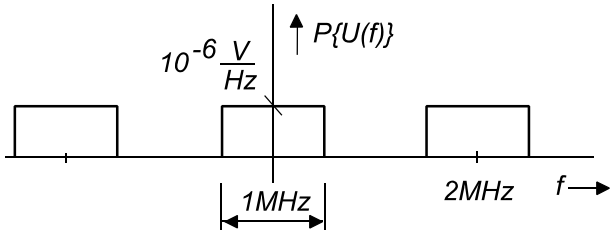
3.4 $U_1(f) = \frac{1V}{j2\pi f} si(\pi \cdot 2mys \cdot f) + \frac{1}{2} V \cdot \delta(f)$

3.5. $u(t) = C_o \cdot \cos(2\pi f_o t)$

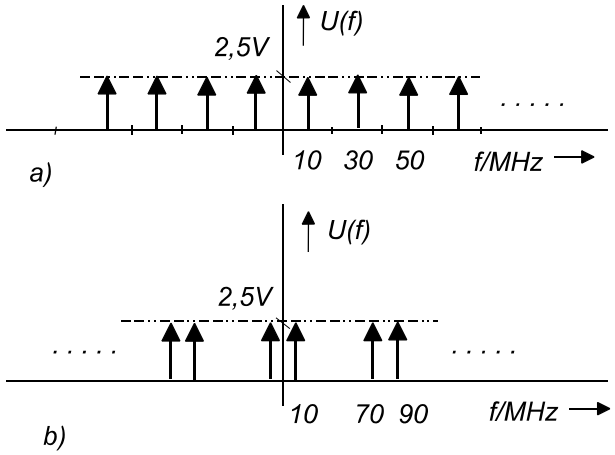
4.1 $U(f) = \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \mu \frac{1}{t_p}\right)$

4.2 $U(f) = \frac{c}{t_o} \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{2\mu + 1}{2} \frac{1}{t_o}\right)$

4.3



4.4



4.6 $U(f) = \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{2\mu + 1}{2t_o}\right)$

4.7 $u_p(t) = 2V\ (1 + 2\cos 2\pi f_o t)$

4.8 $U_e = 20V$
Konstante

5.1 *a.* $U(f) = U_o$

b. $U(f) = 0$

c. $U(f) = \frac{U_o}{B}$

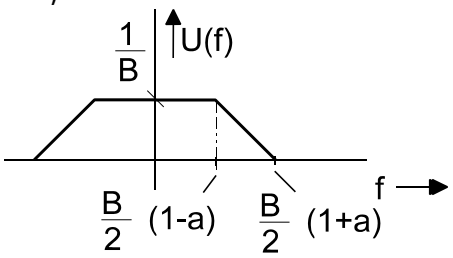
5.2 *a.* $U(f) = \begin{cases} \frac{1}{2B} & \text{falls } f_o - \frac{B}{2} \leq |f| \leq f_o + \frac{B}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

b. $U(f) = 0{,}25\ [\delta(f + (f_o + f_1)) + \delta(f + (f_o - f_1)) + \delta(f - (f_o - f_1)) + \delta(f - (f_o + f_1))]$

5.3 *a.* $U(f) = \frac{1}{2}\delta(f) + \frac{1}{4}\left[\delta(f + 2f_o) + \delta(f - 2f_o)\right]$

b. $U(f) = \frac{j}{4}\left[\delta(f + 2f_o) - \delta(f - 2f_o)\right]$

5.4 a)



b. $$U(f) = \begin{cases} \frac{2}{B^2}\left(\frac{B}{2} - \frac{f^2}{B}\right) & \text{für } |f| \le \frac{B}{2} \\ \frac{2}{B^2}\left(B - 2f + \frac{f^2}{B}\right) & \text{für } \frac{B}{2} \le |f| \le B \end{cases}$$

5.5 $$U(f) = \frac{U_o T}{2}[si(\pi T(f - f_1)) + si(\pi T(f + f_1))]$$

$$A\{U(f)\} = \frac{U_o T}{2}\frac{1}{t_p}\sum_{\mu=-\infty}^{+\infty}[si(\pi T(\mu f_o - f_1)) + si(\pi T(\mu f_o + f_1))]$$

$$\delta(f - \mu f_o) \qquad f_o = \frac{1}{t_p}$$

5.6 $$U_2(0) = \frac{\hat{U}_M}{\pi}\cos\varphi_M \quad \text{für} \quad u_M(t) = \hat{U}_M \cos(2\pi f_o t + \varphi_M)$$

5.7 $$u(t) = C(1 + 2\cos 2\pi f_o t)$$

5.8 *a.* $$u(t) = 4C \cdot \cos(2\pi f_m t) \cdot \cos(2\pi f_o t)$$

b. $$u(t) = 2C\left(1 + \frac{1}{2}\cos(2\pi f_o t)\right)\cos(2\pi f_m t)$$

5.9 $$u(vt_o) = \begin{cases} U(0) & \text{für } v = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

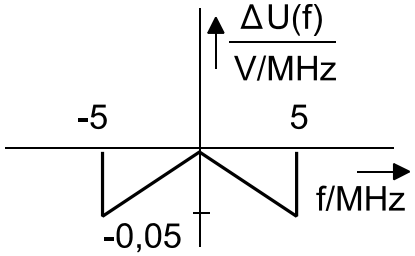
$$P\{U(f)\} = konst.$$

5.10 $$f_{p_{min}} = 2kHz$$

$$g_l(t) = 2\cos(2\pi\ 1{,}5\ kHz \cdot t) \cdot si(\pi\ 1\ kHz \cdot t) \cdot 10^3\ \frac{1}{5}$$

5.12 $U(f) = \frac{T}{2} e^{-j\pi fT} [si(\pi T(f-f_u)) + si(\pi T(f+f_u)) + si(\pi T(f-f_0)) + si(\pi T(f+f_0))]$

5.13



6.1 $D_0 = \frac{1}{2}(d_0 + d_1) \quad d_0 = D_0 + D_1$

$D_1 = \frac{1}{2}(d_0 - d_1) \quad d_1 = D_0 - D_1$

6.2 *a.* $\{D_\mu\} = 0{,}5 \quad 0{,}5$

b. $\{D_\mu\} = 4 \quad 2$

6.3 $F_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{pmatrix}$

6.4 $4D_o = d_o + d_1 + d_2 + d_3$
$4D_1 = d_o - jd_1 - d_2 + jd_3$
$4D_2 = d_o - d_1 + d_2 - d_3$
$4D_3 = d_o + jd_1 - d_2 - jd_3$

6.5 $D_\mu = D_{N-\mu}$

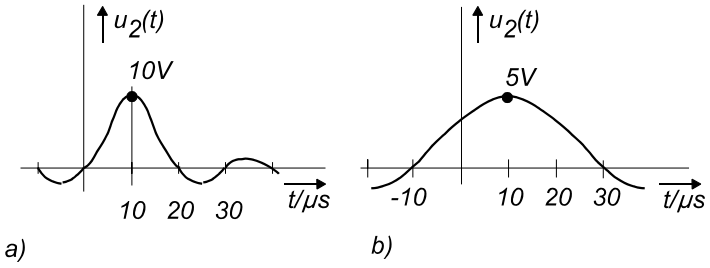
6.6 *a.* $4D_\mu = 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$
b. $4D_\mu = 4 \quad 0 \quad 0 \quad 0$
c. $4D_\mu = 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1$
d. $4D_\mu = 3 \quad 1 \quad -1 \quad 1$

6.7 $$\frac{U(\mu f_o)}{V/MHz} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1{,}6 \\ -0{,}6 \\ -0{,}6 \\ 1{,}6 \end{pmatrix}$$

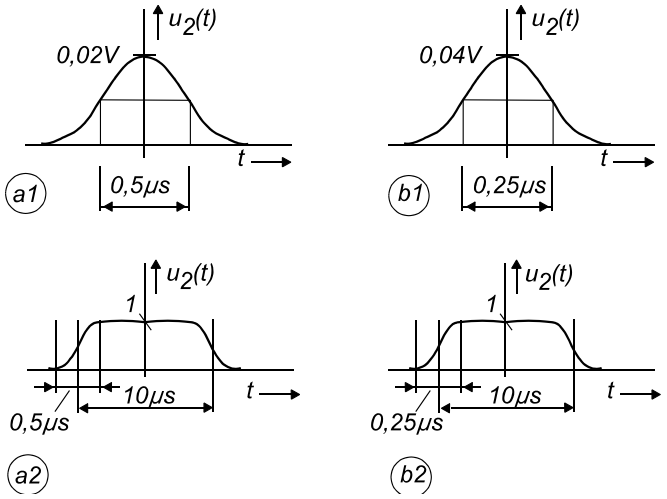
7.1 $G(0) = 5$
$B_H = 2kHz$

7.2 $g_{max} \approx 2 \cdot 10^4 \frac{1}{s}$
$T_H \approx 0{,}1ms$

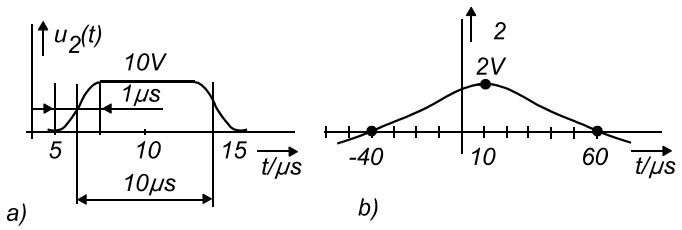
7.3



7.4



7.5



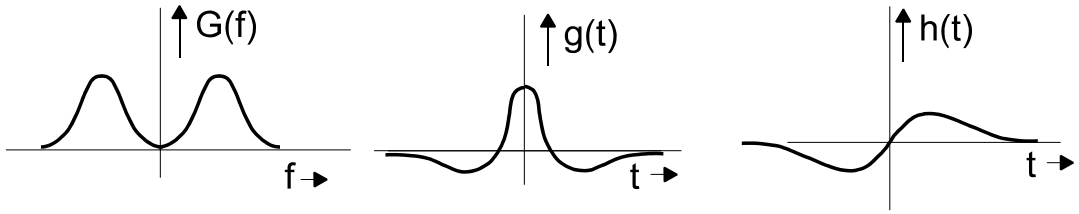
$u_2(0) = 2V$
7.6 $T_H \approx 5\mu s$
$t_a \approx 5\mu s$

7.7 $u_2(t) = u_1(t-t_o)$

7.9 $h(t) = 1-e^{-\frac{t}{RC}}$

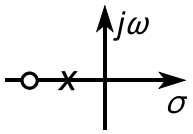
7.10 $h(t) = e^{-\frac{t}{RC}}$

7.11



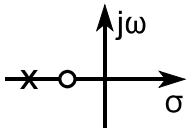
7.13 $T \leq \frac{0{,}25}{fg}$

7.14 a)



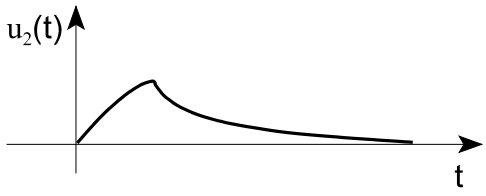
$$h(t) = [1-\frac{R_1}{R_1+R_2}\ e^{-\frac{t}{C(R_1+R_2)}}]\ s(t)$$

b)



$$h(t) = (\frac{R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_1}{R_1+R_2}\ e^{-\frac{R_1+R_2}{L}t})\ s(t)$$

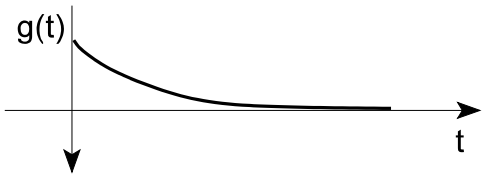
7.15



7.16 $f \ll \frac{1}{2\pi RC}$

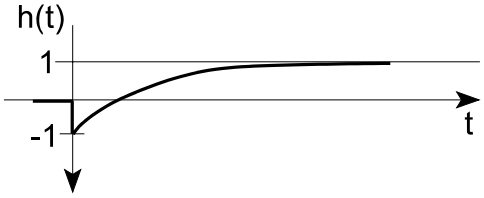
7.17 a) $G(p) = -\dfrac{p-\frac{1}{RC}}{p+\frac{1}{RC}}$

d)



$g(t) = -\delta(t)+\dfrac{2}{RC}\, e^{-\frac{t}{RC}}\, s(t)$

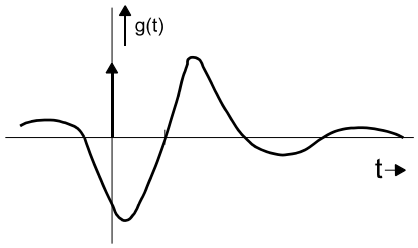
e)



$u(t) = (1-2e^{-\frac{t}{RC}})s(t)$

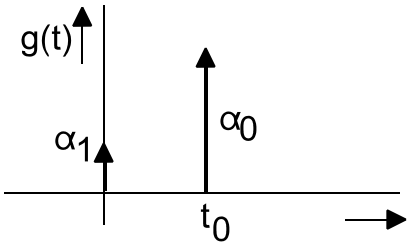
7.18 $u_2(t) = \dfrac{1V}{2n\pi}\,(-1)^n \sin(2\pi n\dfrac{t}{T})\,[s(t+\dfrac{T}{2})-s(t-\dfrac{T}{2})]$

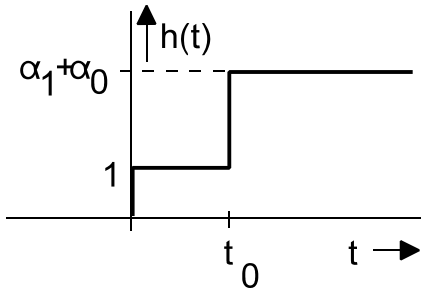
7.20



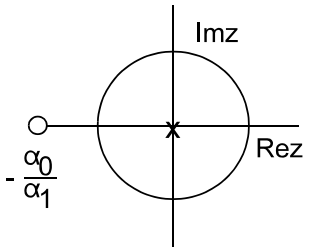
7.21 $U_x(f) = \dfrac{1}{2}\, U(f)e^{jkf}\cos\varphi(f_o)$

8.1a)





$$G_z(z) = \frac{a_0 + a_1 z}{z}$$



$$|G(f)| = \sqrt{\alpha_0^2 + \alpha_1^2 + 2\alpha_0\alpha_1 \cos(2\pi f t_0)}$$
$$\varphi(f) = arg\ (\alpha_0 \cos(2\pi f t_0) + \alpha_1 - j\alpha_0 \sin(2\pi f t_0)$$

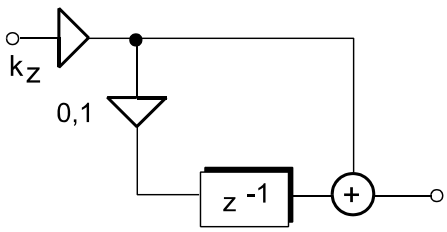
8.1b)

$$g(t) = a_2\delta(t) + a_1\delta(t - t_0) + a_0\delta(t - 2t_0)$$
$$h(t) = a_2 s(t) + a_1 s(t - t_0) + a_0 s(t - 2t_0)$$
$$G_z(z) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2}{z^2}$$

1. $|G(f)| = 4\sin^2 \pi f t_0$
   $\varphi(f) = 2\pi f t_0$
2. $G(f) = 1 + e^{-j2\pi f t_0} - 2e^{-j4\pi f t_0}$

8.5 Verdopplung der Amplitude

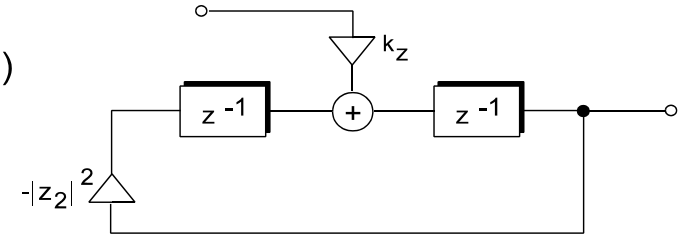
8.6



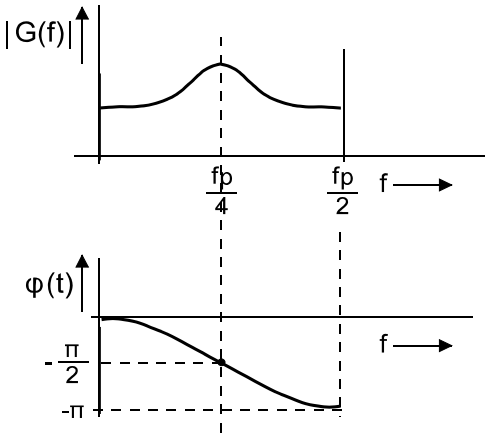
$$g(t) = k_z(\delta(t) + 0{,}1\,\delta(t - t_0))$$
$$k_z = 0{,}91$$

8.7 a) $G_z(z) = k_z \dfrac{z}{z^2 + |z_2|^2}$

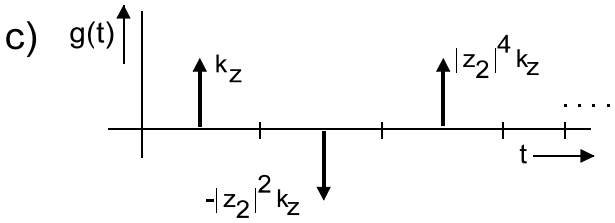
b)



d)



c)

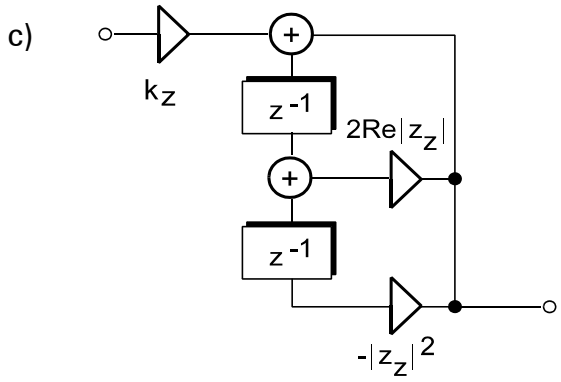


8.8

a) $k_z = 1 - 2|z_2|\dfrac{1}{\sqrt{2}} + |z_2|^2$

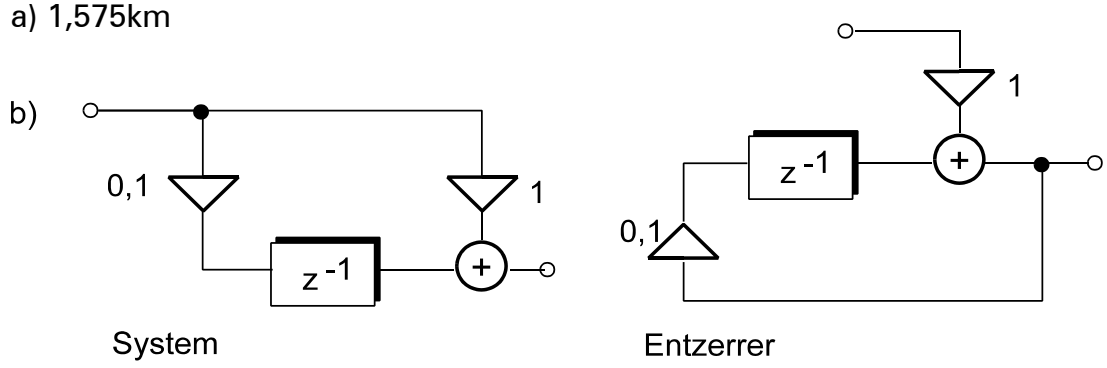
b) $g(t) = \delta(t) + \sqrt{2}|z_2|\delta(t-t_0) + |z_2|^2(t-2t_0) - |z_2|^4\delta\ (t-4t_0) - +\ldots$

c)



8.9 a) 1,575km

b)



8.10 $|G(f)| \approx 1 - z_1(1 - \cos 2\pi t_0 f)$

8.11

1. a) $G_z(z) = \dfrac{z}{\beta_0 + z}$

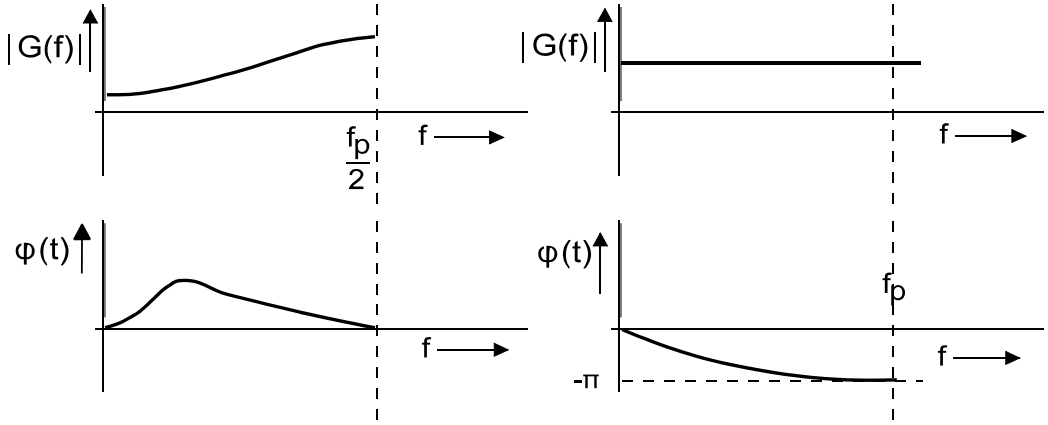
b) $g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-0{,}5)^n \, \delta(t - nt_0)$

c) $h(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-0{,}5)^n \, s(t - nt_0)$

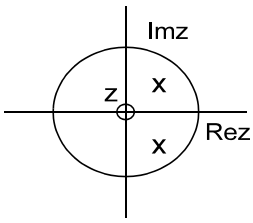
2. $G_z(z) = \dfrac{1 - b_z}{-b + z}$

$g(t) = -b\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} b^{n-1}(1 - b^2) \cdot \delta(t - nt_0)$

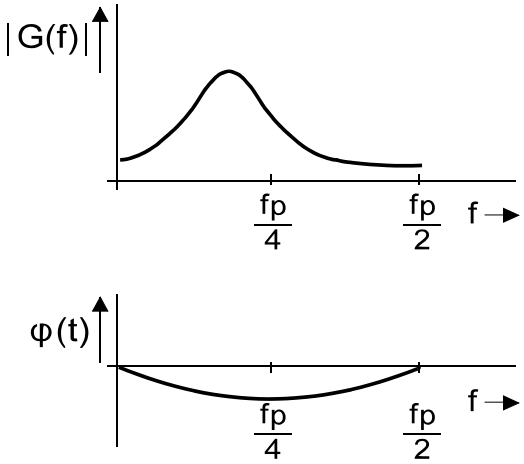
$h(t) = -b\delta(t) + \sum_{n-1}^{\infty} b^{n-1}(1 - b^2) \cdot s(t - nt_0)$



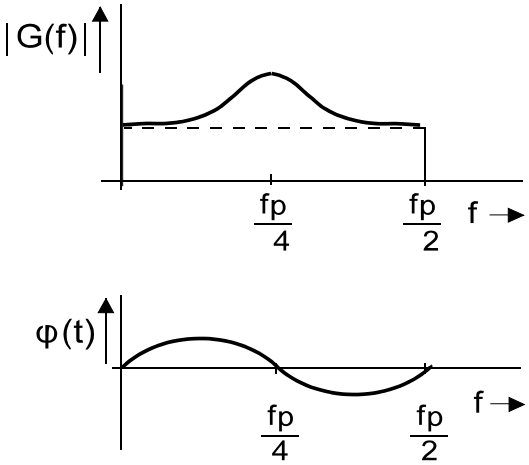
8.12 a) $G_z(z) = \dfrac{\alpha_2 z^2}{\beta_0 + \beta_1 z + z^2}$



1.



2.



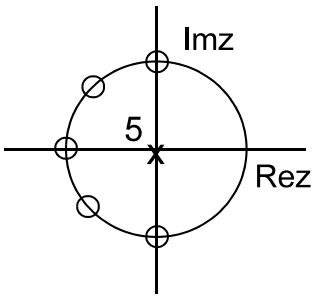
8.13

$$T_1 = \frac{1}{2f_0}$$

$$T_2 = \frac{1}{3f_0}$$

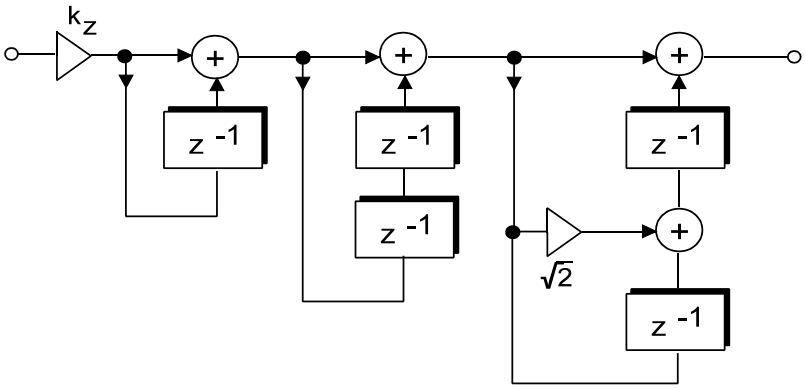
$$T_3 = \frac{1}{5f_0}$$

a)



b) $$G_z = k_z \frac{z+1}{z} \cdot \frac{z^2+1}{z^2} \cdot \frac{z^2+2(\cos\frac{\pi}{4})z+1}{z^2}$$

c)



d) $f_p = 8f_0$

8.15 $$G_z = \frac{1}{z(0,5+z)}$$